

Fonctions de Transfert et Circuits Linéaires : Introduction aux Techniques de Calculs Rapides

Christophe Basso

Avant-propos

L'analyse des réseaux linéaires électriques et électroniques utilise des méthodes éprouvées basées sur la mise en équations des mailles et nœuds caractéristiques des circuits étudiés. Associée à la transformée de Laplace, cette approche permet de prédire le comportement d'un circuit passif ou actif en régime harmonique : un *stimulus* sinusoïdal est appliqué sur une entrée qui, après cheminement dans les différents éléments constitutifs du circuit, produit une *réponse* observée sur la sortie. La relation mathématique liant la *réponse* au *stimulus* se nomme *fonction de transfert*. Il en existe six types différents comme nous le découvrirons plus tard.

De nombreux moyens permettent de déterminer cette fonction de transfert. Si tous conduisent au résultat exact, aucun n'offre un parcours simple vers une forme polynomiale factorisée. Or ce format reste indispensable si l'on souhaite identifier les éléments impliqués dans la production de zéros, de pôles ou de gains. En effet, ces termes sont associés à des composants dont la variabilité (tolérance, température, vieillissement par exemple) affecte la fonction de transfert et sa réponse en fréquence : dans un système bouclé, la stabilité peut pâtir d'une dispersion trop importante de l'un des éléments du compensateur, un filtre souffrira d'une perte de sélectivité si un condensateur ou une résistance dérivent en température ou encore, un oscillateur cessera toute activité car une résistance de moindre qualité dérèglera le facteur de qualité. On comprend dès lors la nécessité d'identifier les composants participant à la position des pôles et des zéros afin de prendre des mesures neutralisant leur variabilité.

Parmi les méthodes analytiques généralement enseignées à l'université, aucune ne représente la panacée en termes d'efficacité. Que l'on évoque un système d'équations à plusieurs inconnues, une approche purement matricielle par les variables d'état ou encore la réduction de complexité par les théorèmes de Thévenin et Norton, le nombre d'étapes et l'énergie nécessaires à l'obtention du résultat ne varient quasiment pas. Bien adaptés à une étude purement numérique, ces méthodes perdent en efficacité lorsqu'il s'agit d'établir un résultat symbolique, c'est-à-dire, sous une forme capable de révéler l'influence de chacun des composants du circuit sur les pôles, les zéros ou le gain. Pire, selon le parcours adopté, la complexité des équations peut interdire la factorisation et engendre le blocage : c'est la paralysie algébrique.

La simulation par des logiciels spécialisés de type SPICE débouche, dans la plupart des cas, sur la représentation graphique de la fonction de transfert. Les diagrammes de Bode, Nyquist ou Black décrivent l'évolution du module et de la phase d'une fonction de transfert lors d'un balayage fréquentiel. Cependant, en dépit de sa rapidité de calcul, le simulateur ne révèle pas explicitement les éléments qui modifient le comportement du circuit considéré. Bien sûr, les études de sensibilité ou autre Monte Carlo peuvent pallier ce manque de compréhension du système et identifier des failles de conception ou des faiblesses dans des conditions particulières. Ce processus itératif engendrera des temps de simulation conséquents sans toutefois délivrer de réponse analytique sur l'origine du problème.

Les techniques de calculs rapides présentées dans ce livre ne remplacent pas les techniques traditionnelles mais en étendent la portée. Elles s'appuient sur l'élément qui régit le comportement dynamique de tout circuit électrique organisé autour d'un condensateur ou d'une bobine et d'une ou plusieurs résistances : *la constante de temps*. Cette constante de temps – unique pour un système du premier ordre – apparaît dans l'expression de la réponse temporelle d'un circuit linéaire. En étudiant l'organisation de la fonction de transfert autour de la constante de temps, il est possible d'établir une forme canonique caractéristique de tout système du premier ordre, étendue ensuite aux systèmes d'ordre n . L'identification des pièces constitutives de cette expression se fait pas à pas. Chaque élément est obtenu par la résolution d'un circuit élémentaire simple pour lequel il est souvent inutile de poser la moindre équation. On parle alors de résolution par *inspection*, simplement en observant l'agencement des composants dans l'architecture étudiée afin d'en déduire une caractéristique particulière. La méthode fonctionne pour des circuits passifs mais également actifs, incluant des transistors et amplificateurs opérationnels. En déterminant ses coefficients par le biais de schémas intermédiaires simples puis en les combinant naturellement sous une forme factorisée, la fonction de transfert apparaît suivant un format ordonné dit à *faible entropie*, ne nécessitant aucune énergie complémentaire pour révéler ses termes caractéristiques. Enfin, si une erreur apparaît lors de l'assemblage final, il est aisé de corriger le coefficient

erroné en se concentrant uniquement sur l'étape qui a mené à sa détermination. Il n'est donc pas nécessaire de reprendre le calcul dans son intégralité comme c'est le cas avec les méthodes traditionnelles.

Basée sur des travaux d'Hendrik Bode datant des années 40, puis améliorée et formalisée au cours des années, cette méthode peine à trouver le succès qu'elle mérite malgré l'éclairage apporté par les travaux du professeur David Middlebrook sous la forme de son théorème de l'extra-élément (*EET, Extra Element Theorem*) documenté en 1990. Je pense que le formalisme mathématique alors utilisé et associé à des exemples souvent complexes a pu intimider le lecteur désireux de maîtriser l'approche. Le présent ouvrage offre un regard résolument différent, basé sur l'expérience de l'auteur dans l'utilisation des techniques de calculs rapides (*Fast Analytical Circuits Techniques, FACTs*) sur des cas d'ingénierie concrets. En évoquant des circuits simples et appliquant des procédés connus tels que Thévenin ou Norton, le livre propose une approche didactique et simple dans l'apprentissage de cette méthode. Les quatre chapitres comportent de nombreux exemples documentés et se terminent tous par l'étude de cas pratiques résolus.

Ce livre s'adresse aux étudiants en électronique, électricité ou mesures physiques (IUT, BTS, masters I et II, écoles d'ingénieurs) à l'aise avec les méthodes traditionnelles et qui souhaitent découvrir un cheminement différent et original dans la résolution des problèmes posés. Il intéressera également les ingénieurs concevant des circuits électriques ou électroniques (puissance, communication, radiofréquences, filtrage) et désireux d'acquérir une méthode efficace immédiatement applicable aux projets en cours.

Je serai heureux de lire par email – cbasso@wanadoo.fr – vos commentaires et suggestions sur le contenu de cet ouvrage. Vous trouverez des documents complémentaires en anglais sur ma page personnelle et notamment un séminaire professionnel conduit en 2016 sur ces techniques de calculs rapides appliquées à la modélisation des convertisseurs à découpage : <http://cbasso.pagesperso-orange.fr/Spice.htm>. Bonne lecture à vous toutes et tous !

Christophe Basso
Septembre 2016